ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

– – – – – – – – – – –

Trần Huy Cường

CHUỖI ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP VÀ DÃY CÁC SỐ NGUYÊN

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2021

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

– – – – – – – – – – –

Trần Huy Cường

CHUỖI ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP VÀ DÃY CÁC SỐ NGUYÊN

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp
Mã số: 8460113

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học:
PGS.TS NGUYỄN VIỆT HẢI
TS ĐOÀN QUANG MẠNH

Thái Nguyên - 2020

Danh mục hình

Mục lục

Mở đầu

1. Mục đích của đề tài luận văn

Trong luận văn "Một số vấn đề mới trong hình học arbelos và ứng dụng" (đã bảo vệ năm 2019, tại Đại học khoa học, Đại học Thái nguyên) Nguyễn Sơn Hải đã trình bày một vài tính chất của chuỗi đường tròn nội tiếp hình arbelos, hình tạo bởi ba nửa đường tròn mà có thể hình dung như một tam giác cong. Bài toán đặt ra là: chuỗi các đường tròn nội tiếp một tam giác, một tứ giác hay chuỗi đường tròn nội tiếp một bộ phận hình tròn có những tính chất gì đặc biệt? Có hay không mối liên hệ giữa các chuỗi đó với dãy các số nguyên tương ứng? Trình bày cách giải quyết các bài toán trên là lý do để tôi chọn đề tài "**Chuỗi đường tròn nội tiếp và dãy các số nguyên**". Mục đích của đề tài là:

- Xây dựng chuỗi các đường tròn tiếp xúc 2 đường thẳng cắt nhau, từ đó có ba chuỗi đường tròn nội tiếp tam giác và bốn chuỗi đường tròn nội tiếp tứ giác. Tìm mối liên hệ giữa chuỗi các đường tròn này và dãy số nguyên tương ứng.

- Trình bày chuỗi các đường tròn nội tiếp trong các hình cơ sở: hình viên phân, hình thấu kính, hình mặt trăng. Mỗi trường hợp cụ thể nêu ra được các tính chất đặc biệt của chuỗi, dựng được các dãy số nguyên sinh bởi các chuỗi tương ứng, phát biểu và chứng minh điều kiện cần và đủ để có dãy số nguyên.

- Đề cập đến các ứng dụng của chuỗi đường tròn: các bài toán liên quan đến các chuỗi đang xét và áp dụng phép nghịch đảo để chứng minh.

- Bồi dưỡng năng lực dạy các chuyên đề khó ở trường THCS và THPT góp phần đào tạo học sinh học giỏi môn Hình học.

2. Nội dung của đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Kết hợp giữa phương pháp hình học truyền thống, phương pháp véc tơ, phương pháp tọa độ, phương pháp biến hình, đề tài đi sâu vào nghiên cứu một số chuỗi đường tròn nội tiếp trong các hình: tam giác, tứ giác, hình viên phân, hình thấu kính, hình mặt trăng. Một cách tự nhiên, đi tìm các điều kiện để có các dãy số nguyên tương ứng sinh ra từ dãy tỷ số các bán kính. Nội dung luận văn được tham khảo chủ yếu trong các bài báo của Giovani Lucca: [2], [4], [5] và được chia làm 3 chương:

Chương 1. Chuỗi đường tròn nội tiếp tam giác và tứ giác

Từ bổ đề quan trọng về đường tròn tiếp xúc 2 cạnh của một góc đề tài phát triển thành ba chuỗi đường tròn nội tiếp tam giác và bốn chuỗi đường tròn nội tiếp tứ giác dựa vào một đường tròn nội tiếp. Mỗi trường hợp đều phát biểu và chứng minh các tính chất đặc trưng của chuỗi. Trong những trường hợp cụ thể tìm được dãy số nguyên tương ứng về tỷ số các bán kính đường tròn trong chuỗi. Nội dung tham khảo và tổng hợp từ bài báo [5], bao gồm 3 mục sau:

1.1. Chuỗi đường tròn nội tiếp tam giác

1.2. Chuỗi đường tròn nội tiếp tứ giác

1.3. Điều kiện có dãy số nguyên

Chương 2. Chuỗi đường tròn nội tiếp trong một bộ phận hình tròn

Xét 3 hình cơ sở cụ thể, mỗi trường hợp đều tìm ra tính chất đặc trưng và điều kiện tồn tại dãy số nguyên tương ứng. Nội dung tổng hợp từ các bài báo [1], [2], [4] và chi tiết hóa các phép chứng minh. Chương này bao gồm các mục sau:

2.1. Hình cơ sở là hình viên phân

2.2. Hình cơ sở là hình thấu kính

2.3. Hình cơ sở là hình mặt trăng

Chương 3. Một số vấn đề liên quan

Ứng dụng các khảo sát của chương 1 và chương 2, chúng tôi xét một số bài toán liên quan đến chuỗi đường tròn nội tiếp khác, một cách tự nhiên luận văn cũng đề cập đến bài toán ngược: từ các dãy số nguyên xây dựng được các chuỗi đường tròn tương ứng. Nội dung chương 3 bao gồm:

3.1. Chuỗi đường tròn sinh ra từ dãy số

3.2. Chuỗi đường tròn và phép nghịch đảo.

Lời cảm ơn

Tôi xin chân thành cảm ơn Phòng đào tạo và các quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K12B (2018 - 2020) Trường Đại học khoa Học - Đại học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu của các môn học cũng như tạo điều kiện cho tôi hoàn thành khóa học.

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, tôi luôn nhận được sự hướng dẫn nhiệt tình của PSG.TS. Nguyễn Việt Hải và TS. Đoàn Quang Mạnh trường Đại Học Hải Phòng. Tôi xin chân thành cảm ơn sâu sắc đến các thầy và xin gửi lời tri ân nhất của tôi đối với những điều các thầy đã dành cho tôi.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới các đồng chí trong BGH Trường THCS Hồng Phong – Huyện An Dương và gia đình, bạn bè, những người đã luôn động viên, hỗ trợ và tạo mọi điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện Luận văn.

Xin trân trọng cảm ơn!

Hải Phòng, 04 tháng 12 năm 2020
Người viết Luận văn

Trần Huy Cường

Chương 1

Chuỗi đường tròn nội tiếp tam giác và tứ giác

Ta định nghĩa chuỗi các đường tròn $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, ..., \mathcal{C}_n, ...$ nội tiếp hình $\mathcal{H}$ là tập hợp các đường tròn mà mỗi đường tròn tiếp xúc trong hình $\mathcal{H}$, đồng thời tiếp xúc ngoài nhau theo thứ tự: $\mathcal{C}_2$ tiếp xúc $\mathcal{C}_1$ và $\mathcal{C}_3$, $\mathcal{C}_3$ tiếp xúc $\mathcal{C}_2$ và $\mathcal{C}_4$... Mỗi $\mathcal{C}_i$ được gọi là một phần tử của chuỗi, hình $\mathcal{H}$ được gọi là *hình cơ sở của chuỗi.*

1.1 Chuỗi đường tròn nội tiếp tam giác

Trên Hình 1.1, ta có 3 chuỗi đường tròn nội tiếp tam giác ABC, đường tròn chính ở đây được chọn là đường tròn (I, r) nội tiếp tam giác ABC. Việc dựng các đường tròn thuộc chuỗi rất đơn giản: ta coi là các đường tròn nội tiếp mỗi tam giác nhỏ, tâm nằm trên các đoạn thẳng IA, IB, IC. Ta nhận thấy bắt đầu từ đường tròn nội tiếp tam giác ta có ba chuỗi vô hạn các đường tròn có tính chất đường tròn thứ i tiếp xúc với các đường tròn thứ $i-1$ và $i+1$, đồng thời tiếp xúc với hai cạnh tam giác. Ở đây ta sẽ tìm điều kiện đảm bảo tỷ số giữa bán kính đường tròn nội tiếp và bán kính đường tròn bất kỳ của dãy là một số nguyên.

Xét đường tròn $\mathcal{C}_0$, tâm A_0 tiếp xúc với hai đường thẳng l, l' cắt nhau ở O ta dựng đoạn thẳng OA_0. Tiếp theo, tiến hành các bước dựng:

(1) Đoạn OA_0 cắt $\mathcal{C}_0$ tại P_1.